FÓRMULA DE EULER EN 3 MINUTOS

Las exponenciales se pueden definir mediante esta expresión: e^x es “el límite de (1 + x/n), todo a la n, cuando n tiende a infinito”.

Esto representa un número muy cercano a 1, multiplicado por sí mismo muchas veces hasta obtener un número diferente.

Aquí puedes ingresar cualquier número real x y obtener un valor. Si x es positivo, el valor se aleja del origen, siendo mayor que 1. Pero si x es negativo, el valor se acerca al origen y está entre 0 y 1. Así funciona la exponencial real.

Pero, ¿por qué conformarnos solo con los reales? Esta expresión también da para ingresar números complejos, y sigue representando un número muy cercano a 1, elevado a un número muy grande, pero esta vez el resultado es complejo:

Así, podemos definir la exponencial para exponentes complejos: la exponencial compleja. Lo mejor de todo, es que se conservan casi todas las propiedades que tenía la exponencial real.

Un número z se puede escribir como a + bi, donde a es su parte real y b su parte imaginaria. Entonces e^z = e^(a+bi), que por propiedades es igual a (e^a)(e^bi). e^z es la exponencial compleja. e^a es la exponencial real, y ya sabemos cómo funciona. Lo realmente interesante es e^bi, la exponencial imaginaria. ¿Qué pasa cuando elevamos e a un número imaginario ix?

Primero analicemos (1 + ix/n), un número muy cercano a 1, en este caso con un pequeño desplazamiento hacia arriba. Al multiplicarlo por sí mismo, su módulo se multiplica con su módulo y su ángulo se suma con su ángulo. Si repites esto n veces, el resultado va rotando alrededor del origen.

El módulo de (1 + ix/n)^n es cercano a 1, y se puede demostrar que en el límite, cuando n tiende a infinito, el módulo final tiende a 1.

Así que e^ix representa una rotación alrededor del origen, sin alejarse ni acercarse a este. En el camino, recorre un arco de circunferencia. ¿Cuánto mide este arco?

Fíjate que la distancia entre 1 y 1 + ix/n es este segmento de largo x/n. Ahora, si el módulo de todas estas potencias es 1, ninguna de estas distancias entre potencias cambia su largo, así que todas miden x/n. La longitud del arco es la suma de estos n segmentos, que es exactamente x.

Si el arco mide x y el radio es 1, ¿cuánto mide el ángulo final? Si estás usando radianes, el ángulo también es x, por lo que e^ix es un número de módulo 1 y ángulo x radianes. En su forma polar, e^ix sería entonces igual a cos(x) + isin(x).

Esta es la fórmula de Euler.

---

Mientras la exponencial real e^a nos aleja o acerca al origen, la exponencial imaginaria e^bi nos hace rotar alrededor del origen en un ángulo de b radianes, siendo igual a cos(b) + isin(b). Por ende, una exponencial compleja e^(a+bi) combina ambas acciones: rotar alrededor del origen, y a la vez alejarse o acercarse a este. Esto ha sido “la fórmula de Euler en 3 minutos”.

A

Sdsad

Dasd

--

Dadsdddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddddkashdkjs hdkdgasdjkadg jdad

asdjhsajdsd